

Государственное образовательное учреждение высшего образования  
**«КОМИ РЕСПУБЛИКАНСКАЯ АКАДЕМИЯ ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ И  
УПРАВЛЕНИЯ»  
(ГОУ ВО КРАГСнУ)**

**«КАНМУ СЛУЖБАӦ ДА ВЕСЬКӦДЛЫНЫ ВЕЛӦДАН КОМИ  
РЕСПУБЛИКАСА АКАДЕМИЯ»**  
вылыс тшупӧда велӧдан канму учреждение  
(КСдаВВКРА ВТШВ КУ)

Утверждена в структуре  
ОПОП 38.03.01 Экономика  
(решение Ученого совета  
от 10.06.2021 № 11)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

# **«АЛГЕБРА И АНАЛИЗ»**

Направление подготовки – *38.03.01 Экономика*

Направленность (профиль) – *«Прикладная экономика»*

Уровень высшего образования – *бакалавриат*

Форма обучения – *очная*

Год начала подготовки – 2021

Сыктывкар  
2021

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и анализ» составлена в соответствии с требованиями:

- Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (*уровень бакалавриата*), утвержденного приказом Минобрнауки России от 12 августа 2020 г. № 954;

- Приказа Минобрнауки России «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры» от 06.04.2021 № 245;

- учебного плана ГОУ ВО «Коми республиканская академия государственной службы и управления» по направлению 38.03.01 Экономика (*уровень бакалавриата*) направленность (профиль) «Прикладная экономика».

© Коми республиканская академия  
государственной службы  
и управления, 2021

## РАЗДЕЛ 1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

### 1. Цель и задачи учебной дисциплины

#### 1.1. Цель изучения учебной дисциплины

Целью освоения дисциплины «Алгебра и анализ» является формирование у обучающихся современного представления о методах математического анализа и линейной алгебры, применяемых при изучении процессов, протекающих в экономике, финансах и бизнесе.

#### 1.2. Задачи учебной дисциплины

Задачами освоения дисциплины «Алгебра и анализ» являются:

- усвоить основные понятия и методы дисциплины, которые необходимы для освоения разделов математики, используемые при решении прикладных задач;
- овладеть базовыми математическими знаниями в объеме математического аппарата дисциплины, используемого при обработке экономической информации и ее анализе;
- научиться решать типовые задачи, использовать аппарат алгебры и анализа для решения теоретических и прикладных экономических задач;
- уметь содержательно интерпретировать получаемые количественные результаты.

#### 1.3. Виды компетенций, формируемые в результате освоения дисциплины

Изучение дисциплины «Алгебра и анализ» направлено на формирование следующих компетенций:

- 1) общепрофессиональные:
  - ОПК-1: способен применять знания (на промежуточном уровне) экономической теории при решении прикладных задач.

#### 1.4. Место дисциплины в структуре образовательной программы:

Дисциплина «Алгебра и анализ» относится к *обязательной части* Блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы.

## 2. Требования к результатам освоения учебной дисциплины

2.1. Изучение дисциплины «Алгебра и анализ» направлено на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижений, заявленных в образовательной программе:

- 1) общепрофессиональные:

Формируемые компетенции (код, наименование компетенции)	Код и наименование индикатора достижений компетенций	Содержание индикатора достижений компетенций
ОПК-1. Способен применять знания (на промежуточном уровне) экономической теории при решении	ОПК-1.И-3 Применяет математический аппарат для решения типовых экономических задач	ОПК-1.И-3.3-1. Знает математический аппарат, применяемый для построения теоретических моделей, описывающих экономические явления и процессы макро- и микроуровня

прикладных задач		ОПК-1.И-3.У-1. Умеет применять математический аппарат с использованием графических и/или алгебраических методов для решения типовых экономических задач
------------------	--	---

2.2. Запланированные результаты обучения по дисциплине «Алгебра и анализ»:

Должен знать:

- основы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии, основы векторного анализа, необходимые для решения экономических задач;
- математический аппарат, применяемый для построения экономических моделей.

Должен уметь:

- применять методы математического анализа, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;
- применять математический аппарат с использованием графических и алгебраических методов для решения типовых экономических задач.

### 3. Объём учебной дисциплины

Очная форма обучения

Семестр 1

Виды учебной работы	Распределение учебного времени
<b>Контактная работа</b>	<b>36,25</b>
Аудиторные занятия (всего):	36
<i>Лекции</i>	18
<i>Практические занятия</i>	18
<i>Лабораторные занятия</i>	-
Промежуточная аттестация	0,25
<i>Консультация перед экзаменом</i>	-
<i>Экзамен</i>	-
<i>Зачет</i>	0,25
<i>Контрольная работа</i>	-
<i>Руководство курсовой работой</i>	-
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>35,75</b>
<i>Самостоятельная работа в течение семестра</i>	31,75
<i>Подготовка контрольной работы</i>	-
<i>Написание курсовой работы</i>	-
<i>Подготовка к промежуточной аттестации</i>	4
Вид текущей аттестации	контрольная работа
<b>Общая трудоёмкость дисциплины:</b>	
<i>часы</i>	<b>72</b>
<i>зачётные единицы</i>	<b>2</b>

Семестр 2

Виды учебной работы	Распределение учебного времени
<b>Контактная работа</b>	<b>36,25</b>
Аудиторные занятия (всего):	36
<i>Лекции</i>	18
<i>Практические занятия</i>	18
<i>Лабораторные занятия</i>	-
Промежуточная аттестация	0,25
<i>Консультация перед экзаменом</i>	-
<i>Экзамен</i>	-
<i>Зачет</i>	0,25
<i>Контрольная работа</i>	-
<i>Руководство курсовой работой</i>	-
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>35,75</b>
<i>Самостоятельная работа в течение семестра</i>	31,75
<i>Подготовка контрольной работы</i>	-
<i>Написание курсовой работы</i>	-
<i>Подготовка к промежуточной аттестации</i>	4
Вид текущей аттестации	контрольная работа
<b>Общая трудоёмкость дисциплины:</b>	
<i>часы</i>	<b>72</b>
<i>зачётные единицы</i>	<b>2</b>

#### 4. Содержание разделов и тем учебной дисциплины

Наименование раздела / темы учебной дисциплины	Содержание темы
РАЗДЕЛ 1. Линейная алгебра (ОПК-1)	<p><b>Тема 1. Основы матричного анализа</b>  Определение матрицы, виды матриц, операции над матрицами, свойства операций над матрицами. Определители квадратных матриц. Определитель матрицы 1, 2-го порядка, правило Сарруса для определителя матрицы 3-го порядка. Определение определителя матрицы n-го порядка. Минор элемента матрицы, алгебраическое дополнение. Свойства определителей. Обратная матрица, ранг матрицы. Элементарные преобразования над матрицей. Ступенчатая матрица. Линейная зависимость строк матрицы. Теорема о ранге матрицы.</p> <p><b>Тема 2. Элементы линейной алгебры</b>  Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Решение СЛАУ. Матричная форма записи СЛАУ. Метод Крамера и метод обратной матрицы для решения СЛАУ, метод Гаусса. Система m линейных уравнений с n переменными. Теорема Кронекера-Капелли.</p> <p><b>Тема 3. Элементы векторного анализа</b>  n-мерный вектор и векторное пространство. Операции над векторами. Свойства линейных операций над векторами.</p>

	<p>Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Евклидово пространство. Скалярное произведение, свойства скалярного произведения. Длина вектора, свойства длины вектора. Линейные операторы. Теорема о связи матрицы оператора в различных базисах. Собственные векторы и собственные числа линейного оператора. Квадратичные формы.</p>
<p>РАЗДЕЛ 2. Аналитическая геометрия (ОПК-1)</p>	<p><b>Тема 4. Аналитическая геометрия на плоскости</b>  Уравнение прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через данную точку. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках. Общее уравнение прямой. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.</p> <p><b>Тема 5. Аналитическая геометрия в пространстве</b>  Уравнение плоскости в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение прямой в пространстве. Прямая как пересечение плоскостей.</p>
<p>РАЗДЕЛ 3.  Математический анализ (ОПК-1)</p>	<p><b>Тема 6. Функции</b>  Определение функции, график функции, сложная функция, способы задания функций, свойства функции. Классификация функций.</p> <p><b>Тема 7. Пределы и непрерывность</b>  Предел числовой последовательности. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые величины. Бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах. Признаки существования предела. Замечательные пределы. Непрерывность функции.</p> <p><b>Тема 8. Производная</b>  Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Схема вычисления производной и правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций.</p> <p><b>Тема 9. Приложения производной</b>  Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа. Правило Лопиталья. Возрастание и убывание функций. Экстремум функции. Выпуклость функции и точки перегиба. Асимптоты графика функции.</p> <p><b>Тема 10. Дифференциал функции</b>  Определение дифференциала, его геометрический смысл. Свойства дифференциала, дифференциалы высших порядков.</p> <p><b>Тема 11. Неопределенный интеграл</b>  Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования.</p> <p><b>Тема 12. Определенный интеграл</b>  Задача о площади криволинейной трапеции. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.</p>

	<p>Замена переменной в определенном интеграле. Метод интегрирования по частям. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.</p> <p><b>Тема 13. Числовые ряды</b>          Основные понятия. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Ряды с членами произвольного знака.</p> <p><b>Тема 14. Дифференциальные уравнения</b>          Основные определения. Дифференциальное уравнение 1-го порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения степени.</p>
--	--

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины

### 5.1. Основная литература:

1. Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум / под ред. Н.Ш. Кремера. - 4-е изд., перераб. и доп. - Москва: Юрайт, 2013. - 910 с.
2. Высшая математика для экономистов : учебник / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; ред. Н. Ш. Кремер. – 3-е изд. – Москва : Юнити-Дана, 2017. – 482 с. : граф. – (Золотой фонд российских учебников). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684732>.

### 5.2. Дополнительная литература:

1. Балдин, К. В. Математика : учебное пособие / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. – Москва : Юнити-Дана, 2017. – 543 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684530>.
2. Кузнецов, Б. Т. Математика : учебник / Б. Т. Кузнецов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юнити-Дана, 2017. – 720 с. : ил., табл., граф. – (Высшее профессиональное образование: Экономика и управление). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684902>.
3. Околелов, О.П. Элементы высшей математики. Матричная алгебра и линейные уравнения / О.П. Околелов. – М. : Директ-Медиа, 2013. – 60 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=139785>.

### 5.3. Профессиональные базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

- Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»;  
 ЭБС «Университетская библиотека онлайн».

### 5.4. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

1. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов - <http://school-collection.edu.ru>
2. Формы обучения в современных условиях - <http://www.anovikov.ru/artikle/forms.htm>
3. Математика в ИНТЕРНЕТ [http://www.benran.ru/E\\_n/MATHINT.HTM](http://www.benran.ru/E_n/MATHINT.HTM)
4. Математика <http://e-science.ru/math/>
5. Введение в математику <http://www.intuit.ru/department/mathematics/intmath/>
6. Он-лайн энциклопедия «Кругосвет» <http://www.krugosvet.ru/enc/>

7. Википедия <http://ru.wikipedia.org/wiki/>
8. Глоссарий.ру <http://www.glossary.ru/>
9. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>
10. Интернет-проект «Задачи»  
[http://www.problems.ru/about\\_system.php](http://www.problems.ru/about_system.php)
11. Сравнительный словарь <http://school-collection.edu.ru/>
12. Словарь <http://www.math.ru/>
13. Google Directory — Math ([directory.google.com/Top/Science/Math](http://directory.google.com/Top/Science/Math)). Каталог математических ресурсов, упорядоченных по типу и тематике. Содержит ссылки на более чем 12 000 веб-сайтов.
14. Google Directory — Math Software ([directory.google.com/Top/Science/Math/Software](http://directory.google.com/Top/Science/Math/Software)). Каталог математического программного обеспечения.
15. Math Archives ([archives.math.utk.edu](http://archives.math.utk.edu)). Архив и каталог математических ресурсов, тематических списков рассылки и образовательных материалов.
16. Math Forum @ Drexel ([mathforum.org](http://mathforum.org)). Один из ведущих центров математики и математического образования в Интернете
17. Geogebra ([geogebra.org](http://geogebra.org)). Динамическая учебно-справочная среда для обучения и преподавания математики.
18. Вольфрам Альфа (<https://www.wolframalpha.com/>). Справочно-вычислительная система знаний. Раздел Математика.

## **6. Средства обеспечения освоения учебной дисциплины**

В учебном процессе при реализации учебной дисциплины «Алгебра и анализ» используются следующие программные средства:

<i><b>Информационные технологии</b></i>	<i><b>Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем</b></i>
Офисный пакет для работы с документами	Microsoft Office Professional Свободно распространяемое программное обеспечение Only Office. <a href="https://www.onlyoffice.com">https://www.onlyoffice.com</a>
Информационно-справочные системы	Справочно-правовая система «Консультант Плюс» Справочно-правовая система «Гарант»
Электронно-библиотечные системы	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
	Национальная электронная библиотека ( <a href="https://нэб.рф">https://нэб.рф</a> ) (в здании ГОУ ВО КРАГСиУ)
	Научная электронная библиотека «КиберЛенинка» <a href="https://cyberleninka.ru">https://cyberleninka.ru</a>
	Российская научная электронная библиотека <a href="https://www.elibrary.ru">https://www.elibrary.ru</a>
Электронная почта	Электронная почта в домене <a href="http://krag.ru">krag.ru</a>
Средства для организации вебинаров, телемостов и конференций	Сервисы веб- и видеоконференцсвязи, в том числе BigBlueButton

Сопровождение освоения дисциплины обучающимся возможно с использованием электронной информационно-образовательной среды ГОУ ВО КРАГСиУ, в том числе образовательного портала на основе Moodle (<https://moodle.krag.ru>)



## **7. Материально-техническое обеспечение освоения учебной дисциплины**

При проведении учебных занятий по дисциплине «Алгебра и анализ» задействована материально-техническая база академии, в состав которой входят следующие средства и ресурсы для организации самостоятельной и совместной работы обучающихся с преподавателем:

- специальные помещения для реализации данной дисциплины представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории, наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации;

- помещение для самостоятельной работы обучающихся, которое оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации;

- компьютерные классы, оснащенные современными персональными компьютерами, работающими под управлением операционных систем Microsoft Windows, объединенными в локальную сеть и имеющими выход в Интернет;

- библиотека Академии, книжный фонд которой содержит научно-исследовательскую литературу, научные журналы и труды научных конференций, а также читальный зал;

- серверное оборудование, включающее, в том числе, несколько серверов серии IBM System X, а также виртуальные сервера, работающие под управлением операционных систем Calculate Linux, включенной в Реестр Российского ПО;

- сетевое коммутационное оборудование, обеспечивающее работу локальной сети, предоставление доступа к сети Интернет с общей скоростью подключения 100 Мбит/сек, а также работу беспроводного сегмента сети Wi-Fi в помещениях Академии;

- интерактивные информационные киоски «Инфо»;

- программные и аппаратные средства для проведения видеоконференцсвязи.

Кроме того, в образовательном процессе обучающимися широко используются следующие электронные ресурсы:

- сеть Internet (скорость подключения – 100 Мбит/сек);

- сайт <https://www.krags.ru/>;

- беспроводная сеть Wi-Fi.

Конкретные помещения для организации обучения по дисциплине «Алгебра и анализ» определяются расписанием учебных занятий и промежуточной аттестации. Оборудование и техническое оснащение аудитории, представлено в паспорте соответствующих кабинетов ГОУ ВО КРАГСиУ.

## **РАЗДЕЛ II. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ**

Важнейшим условием успешного освоения материала является планомерная работа обучающегося в течение всего периода изучения дисциплины. Обучающемуся необходимо ознакомиться со следующей учебно-методической документацией: программой дисциплины; учебником и/или учебными пособиями по дисциплине;

электронными ресурсами по дисциплине; методическими и оценочными материалами по дисциплине.

Учебный процесс при реализации дисциплины основывается на использовании *традиционных, инновационных и информационных образовательных технологий*.

Традиционные образовательные технологии представлены *лекциями и занятиями семинарского типа (практические занятия)*.

Инновационные образовательные технологии используются в виде широкого применения активных и интерактивных форм проведения занятий. Аудиторная работа обучающихся может предусматривать интерактивную форму проведения лекционных и практических занятий: *лекции-презентации, работа в малых группах*.

Информационные образовательные технологии реализуются путем активизации самостоятельной работы обучающихся в информационной образовательной среде.

Все аудиторские занятия преследуют цель обеспечения высокого теоретического уровня и практической направленности обучения.

#### ***Подготовка к лекционным занятиям***

В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные и наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации по подготовке к занятиям семинарского типа и самостоятельной работе. В ходе лекционных занятий обучающемуся следует вести конспектирование учебного материала.

С целью обеспечения успешного освоения дисциплины обучающийся должен готовиться к лекции. При этом необходимо:

- внимательно прочитать материал предыдущей лекции;
- ознакомиться с учебным материалом лекции по рекомендованному учебнику и/или учебному пособию;
- уяснить место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке;
- записать возможные вопросы, которые обучающийся предполагает задать преподавателю.

#### ***Подготовка к занятиям семинарского типа***

Этот вид самостоятельной работы состоит из нескольких этапов:

- 1) повторение изученного материала. Для этого используются конспекты лекций, рекомендованная основная и дополнительная литература;
- 2) углубление знаний по теме. Для этого рекомендуется выписать возникшие вопросы, используемые термины;
- 4) решение задач, анализ практических ситуаций и др.

При подготовке к занятиям семинарского типа рекомендуется с целью повышения их эффективности:

- уделять внимание разбору теоретических задач, обсуждаемых на лекциях;
- уделять внимание краткому повторению теоретического материала, который используется при выполнении практических заданий;
- выполнять внеаудиторную самостоятельную работу;
- ставить проблемные вопросы, по возможности использовать примеры и задачи с практическим содержанием;
- включаться в используемые при проведении практических занятий активные и интерактивные методы обучения.

При разборе примеров в аудитории или дома целесообразно каждый из них обосновывать теми или иными теоретическими положениями.

Активность на занятиях семинарского типа оценивается по следующим критериям:

- ответы на вопросы, предлагаемые преподавателем;
- участие в дискуссиях;

- выполнение проектных и иных заданий;
- ассистирование преподавателю в проведении занятий.

### ***Организация самостоятельной работы***

Самостоятельная работа обучающихся представляет собой процесс активного, целенаправленного приобретения ими новых знаний, умений без непосредственного участия преподавателя, характеризующийся предметной направленностью, эффективным контролем и оценкой результатов деятельности обучающегося.

Задачами самостоятельной работы являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную и справочную документацию, специальную литературу;
- развитие познавательных способностей, активности обучающихся, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, творческой инициативы, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений.

При изучении дисциплины организация самостоятельной работы обучающихся представляет собой единство трех взаимосвязанных форм:

- 1) внеаудиторная самостоятельная работа;
- 2) аудиторная самостоятельная работа, которая осуществляется под непосредственным руководством преподавателя при проведении практических занятий и во время чтения лекций;
- 3) творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

Перед выполнением обучающимися внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель может давать разъяснения по выполнению задания, которые включают:

- цель и содержание задания;
- сроки выполнения;
- ориентировочный объем работы;
- основные требования к результатам работы и критерии оценки;
- возможные типичные ошибки при выполнении.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся может проходить в письменной, устной или смешанной форме.

### ***Подготовка к промежуточной аттестации***

Видами промежуточной аттестации по данной дисциплине являются сдача *дифференцированного зачета*. При проведении промежуточной аттестации выясняется усвоение основных теоретических и прикладных вопросов программы и умение применять полученные знания к решению практических задач. При подготовке к *дифференцированному зачету* учебный материал рекомендуется повторять по учебному изданию, рекомендованному в качестве основной литературы, и конспекту. *Дифференцированный зачет* проводится в назначенный день, по окончании изучения дисциплины. После контрольного мероприятия преподаватель учитывает активность работы обучающегося на аудиторных занятиях, качество самостоятельной работы, результаты текущей аттестации, посещаемость и выставляет итоговую оценку.

### ***Изучение дисциплины с использованием дистанционных образовательных технологий***

При изучении дисциплины с использованием дистанционных образовательных технологий необходимо дополнительно руководствоваться локальными нормативными

актами ГОУ ВО КРАГСиУ, регламентирующими организацию образовательного процесса с использованием дистанционных образовательных технологий.

### РАЗДЕЛ III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

#### 8. Контрольно-измерительные материалы, необходимые для проверки сформированности индикаторов достижения компетенций (знаний и умений)

##### 8.1. Задания для проведения текущего контроля (контрольная работа)

##### Контрольные задачи и упражнения по линейной алгебре

1. Вычислите  $A \cdot (kB^T) + C$ , если:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 \\ -1 & 8 & 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ -3 & 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, k = -3.$$

2. Вычислите:  $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ .

3. Решите систему линейных уравнений по формулам Крамера и с помощью обратной матрицы:

$$5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 12$$

$$2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 9$$

$$4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -15$$

4. Найдите ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 & -4 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 & -4 & 5 & -6 \\ 3 & -4 & 3 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ .

5. Решите матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

6. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1,$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1,$$

$$4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1,$$

$$2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1.$$

7. Даны координаты вершин треугольника ABC: A(-8,-3), B(4,-12), C(8,10). Найдите: длину стороны AB; угол A; уравнения медианы CM и высоты СК; площадь треугольника ABC.

8. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку A(2; 3) и составляющей с осью Oх угол  $135^\circ$ .

9. Проверить линейную зависимость векторов:

1) (5; 3; 2). (1; 2; 3), (0; 1; 1);

- 2) (0; 1), (1; 0), (1; 5);  
 3) (1; 1; 1; 1), (1; 2; 3; 4), (0; 1; 2; 0), (3; 3; 3; -3).

10. Предприятие производит продукцию 3-х видов и использует сырье 2-х типов.  
 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$  – нормы затрат сырья на единицу продукции. Стоимость сырья каждого типа задана матрицей  $B = (10, 15)$ . Каковы общие затраты предприятия на производство 100 единиц продукции 1-го вида, 200 единиц продукции 2-го вида и 150 единиц продукции 3-го вида?

### Контрольные задачи и упражнения по математическому анализу

1. Выпишите все подмножества множества  $T = \{1, 2, 3, 4\}$ . Среди них выберите четыре различных множества  $A, B, C, D$  так, чтобы  $A \subset B, C \subset D, D \subset B$ .

2. Задайте перечислением следующие множества:

- 1)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 7\}$ ,  
 2)  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 2\}$ ,  
 3)  $C = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x + 1 = 0\}$ .

3. Какие из следующих сравнений истинны?

- 1)  $\{1, -1, 2\} \subset \{x \mid x^3 + x^2 - x - 1 = 0\}$ ,  
 2)  $\{x \mid x \geq 5\} \subset \{x \mid x > 3\}$ ,  
 3)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 7\} \subset \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 7\}$ ,  
 4)  $\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 7\} \subset \{x \mid x > 7\}$ ,  
 5)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x < 10\} \subset \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 11\}$ ,  
 6)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 7\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 8\}$ .

4. В классе 30 учеников. Каждый из них занимается либо футболом, либо хоккеем, причем в классе есть две полные хоккейные команды численностью по 11 игроков каждая и футбольная команда, в которой 13 игроков. Сколько в классе учеников, которые занимаются и хоккеем, и футболом?

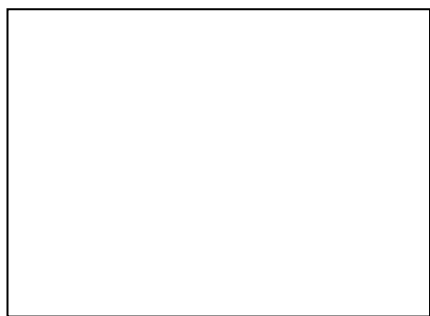
5. Найдите множества  $A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A$ , если

- 1)  $A = \{3, 5, 6, 7, 9\}, B = \{4, 6, 7, 8\}$ ,  
 2)  $A = \{3, 5, 6, 7\}, B = \{2, 4, 8\}$ ,  
 3)  $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{3, 4, 5\}$ .

6. Пусть  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 4\}, C = \{1, 4\}, D = \{1, 2\}$ . Перечислите элементы следующих множеств:

- 1)  $A \times B$ ,  
 2)  $(B \cup C) \times (B \cap C)$ ,  
 3)  $(A \times C) \setminus (D \times C)$ ,  
 4)  $(A \times B) \cap (B \times C)$ .

7. На диаграмме изображены множества  $A, B, C$ . Укажите на этой диаграмме следующие множества:



- 1)  $A \cup (B \cap C)$ ,  
 2)  $A \cap (B \cup C)$ ,  
 3)  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ ,  
 4)  $(A \cup B) \setminus (B \cap A)$ ,  
 5)  $((A \cup C) \cap B) \setminus C$ .

8. Пусть множество  $A$  состоит из  $n$  элементов, множество  $B$  состоит из  $p$  элементов, причем  $p > n$ . Какое наибольшее и наименьшее число элементов могут содержать множества  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ?

9. Докажите, что для всяких множеств  $A$ ,  $B$  и  $D$  имеют место следующие равенства:

- 1)  $A \setminus (B \cup D) = (A \setminus B) \cap (A \setminus D)$ ,
- 2)  $(A \setminus B) \cap D = (A \cap D) \setminus (B \cap D) = (A \cap D) \setminus B = (D \setminus B) \cap A$ ,
- 3)  $A \setminus B = (A \cup B) \setminus B$ ,
- 4)  $A \setminus B = A \cap C(B)$ ,
- 5)  $A \setminus C(B) = A \cap B$ ,
- 6)  $A = (A \setminus B) \cup (A \cap B)$ .

10. Какие из следующих "правил сопоставления" задают отображение множества  $X$  в множество  $Y$ ?

1)  $X$  – множество всех автобусов Сыктывкара,  $Y$  – множество номеров автобусных маршрутов Сыктывкара. Каждому автобусу ставим в соответствие номер маршрута, по которому он ездит.

2)  $X, Y$  – множества всех людей. Каждому человеку сопоставляется его мать.

3)  $X, Y$  – множества всех людей. Каждому человеку сопоставляем его брата.

4)  $X$  – множество книг в некоторой библиотеке,  $Y$  – множество натуральных чисел  $N$ . Каждой книге сопоставляем число ее страниц.

11. Вычислите пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{7x}$$

13. Вычислите производную функции:

$$1) y = \sin^3 5x \cdot \cos^2 \frac{x}{3}; \quad 2) y = -\frac{11}{2(x-2)^2} - \frac{4}{x-2};$$

$$3) y = \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x}; \quad 4) y = (3\sqrt{x} + \frac{1}{7}x^6\sqrt{x})(1+x).$$

12. Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{1 - x^3}{(2 - x)(1 + 3x^2)}$

13. Найти экстремумы и промежутки монотонности функции

$$y = x^3 \cdot e^{-1,5x^2}$$

14. Найти точки перегиба и промежутки выпуклости функции  $y = 5x^4 - 3x^5$ .

15. Исследовать функцию и построить ее график

$$1) y = \frac{x+4}{e^{x+4}}; \quad 2) y = \frac{x}{2} \cdot \ln(e + \frac{1}{x}).$$

16. Найти пределы по правилу Лопиталья:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{\sin^2 3x}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{x - \pi}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 - 2}{x^3 - 4x^2 + 5};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}; \quad 5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \arctg x}{e^{\frac{3}{x}} - 1}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^3};$$

17. Расходы  $a$  на рекламу влияют на валовый доход  $R(a)$  по полученному эмпирически закону  $R(a) = R(1 + \sqrt[3]{a})$ , где  $R$  – доход в отсутствие рекламы. При каких

значениях  $R$  оптимальные расходы на рекламу могут превысить весь доход в отсутствие рекламы?

18. Найти неопределенные интегралы:

1)  $\int (\sqrt{x^3} + \sin 2x + 5e^{-3x} - 5) dx$ ,      2)  $\int \operatorname{tg} x dx$ ,

3)  $\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$ ,      4)  $\int x \sin 3x dx$ ,      5)  $\int \operatorname{arctg} 3x dx$

19. Вычислите определенные интегралы:

1)  $\int_{-1}^2 x^3 dx$ ; 2)  $\int_{\frac{3}{4}}^2 \frac{1}{\sqrt{2+3x-2x^2}} dx$ ; 3)  $\int_1^e \frac{1}{x(1+\ln^2 x)} dx$ ; 4)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+1}} dx$ .

20. Вычислите несобственный интеграл:  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3-1}} \cdot \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$

21. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y=4x-x^2$ ,  $y=0$ .

22. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y=x^2$ ,  $y=\frac{1}{3}x^3$ .

23. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями:  $xy=4$ ,  $y=0$ ,  $x=1$ ,  $x=4$ .

24. Найти среднее время, затраченное на освоение одного изделия в период освоения от  $x_1=100$  до  $x_2=121$  изделий, полагая в формуле  $t=ax^{-b}$ ,  $a=600$  (мин),  $b=0,5$ .

25. Найти выражение объема реализованной продукции  $y=y(t)$  и его значение при  $t=2$ , если известно, что кривая спроса имеет вид  $p(y)=3-2y$ , норма акселерации  $1/l=1,5$ , норма инвестиций  $m=0,6$ ,  $y(0)=1$ .

26. Найти частные производные первого и второго порядка, градиент и матрицу Гессе в точке  $M_0(x_0, y_0)$ :

а)  $z=x^3+y^3-3xy$ ,  $M_0(1, 2)$ ,

б)  $z=x^2y^3$ ,  $M_0(-1, 2)$ ,

в)  $z=x^2y+y^2x$ ,  $M_0(-2, 1)$ ,

г)  $z=x^2+xy+y^3-4x-2y$ ,  $M_0(1, 1)$ .

## 8.2. Вопросы для подготовки к дифференцированному зачету

1. Матрицы. Действия над матрицами (сложение, умножение матрицы на число, умножение матриц).
2. Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядка.
3. Миноры и алгебраические дополнения элементов определителя. Разложение определителя по элементам строки (столбца).
4. Свойства определителей.
5. Обратная матрица.
6. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы методом Гаусса.
7. Система линейных алгебраических уравнений. Основные понятия. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
8. Формулы Крамера для решения системы линейных алгебраических уравнений.
9. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений.
10. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Свойства.
11. Векторное пространство. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису.
12. Евклидово пространство.
13. Ортогональный и ортонормированный базис.
14. Линейные операторы. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
15. Собственные векторы и собственные числа линейного оператора.

16. Уравнение прямой линии с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой в отрезках.
17. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Расстояние от точки до прямой.
18. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
19. Уравнение окружности. Эллипс, уравнение и свойства.
20. Гипербола, уравнение и свойства.
21. Парабола, уравнение и свойства.
22. Плоскость и способы ее задания. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
23. Прямая в пространстве и способы ее задания. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
24. Понятие множества, операции над множествами.
25. Понятие функции, основные свойства функции.
26. Основные элементарные функции и их графики.
27. Явная и неявная функция, обратная функция, сложная функция, элементарная функция, классификация функций.
28. Преобразование графиков (на примере).
29. Предел последовательности. Определение предела функции в точке и на бесконечности.
30. Теоремы: о единственности предела, об ограниченности функции, имеющей предел, о переходе к пределу в неравенствах.
31. Бесконечно малые функции и их свойства.
32. Теорема о функции, имеющей предел.
33. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
34. Теоремы о пределах.
35. Бесконечно большие функции и их связь с бесконечно малыми функциями.
36. Замечательные пределы. Следствия второго замечательного предела.
37. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции.
38. Задачи, приводящие к понятию производной.
39. Определение производной. Дифференцируемость и непрерывность. Основные правила дифференцирования.
40. Производная сложной и обратной функции.
41. Производные основных элементарных функций. Производные высших порядков.
42. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа.
43. Правило Лопиталя.
44. Исследование функции на возрастание и убывание. Исследование функции на экстремум.
45. Исследование функции на выпуклость и вогнутость.
46. Асимптоты графика функции.
47. Общая схема исследования функции и построения ее графика.
48. Понятие дифференциала функции.
49. Первообразная, неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
50. Интегралы от основных элементарных функций.
51. Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Метод интегрирования по частям и неопределенном интеграле.
52. Интегрирование простейших рациональных дробей.
53. Интегральная сумма и определенный интеграл. Свойства определенного интеграла.
54. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона Лейбница.
55. Замена переменной в определенном интеграле.
56. Геометрические приложения определенного интеграла.



57. Числовой ряд, сходимость, свойства сходящихся рядов.
58. Необходимый признак сходимости числовых рядов.
59. Функции нескольких переменных, основные определения.
60. Частные производные функции нескольких переменных.
61. Производная по направлению, градиент.
62. Экстремум функции нескольких переменных.

### 8.3. Вариант заданий для проведения промежуточного контроля

#### Вариант письменного задания для проведения промежуточного контроля

1. С двух заводов поставляются автомобили для двух автохозяйств, потребности которых соответственно 200 и 300 машин. Первый завод выпустил 350 машин, а второй – 150 машин. Известны затраты на перевозку машин с завода в каждое автохозяйство (см. таблицу):

Завод	Затраты на перевозку в автохозяйство, ден.ед.	
	1	2
1	15	20
2	8	25

Минимальные затраты на перевозку равны 7950 ден. ед. Найти оптимальный план перевозок машин.

2. Вычислите  $A \cdot (kB^T) + C$ , если:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 \\ -1 & 8 & 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ -3 & 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, k = -3.$$

3. Вычислите:  $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ .

4. Решите систему линейных уравнений по формулам Крамера:

$$5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 12$$

$$2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 9$$

$$4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -15$$

5. Найдите ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 & -4 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 & -4 & 5 & -6 \\ 3 & -4 & 3 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ .

6. Решите матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

7. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1,$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1,$$

$$4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1,$$

$$2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1.$$

8. Даны координаты вершин треугольника ABC: A(-8,-3), B(4,-12), C(8,10). Найти: длину стороны AB; угол A; уравнения медианы CM и высоты СК; площадь треугольника ABC.

9. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку  $A(2; 3)$  и составляющей с осью  $Ox$  угол  $135^\circ$ .

10. Проверить линейную зависимость векторов:

1)  $(5; 3; 2)$ ,  $(1; 2; 3)$ ,  $(0; 1; 1)$ ;

2)  $(0; 1)$ ,  $(1; 0)$ ,  $(1; 5)$ ;

3)  $(1; 1; 1; 1)$ ,  $(1; 2; 3; 4)$ ,  $(0; 1; 2; 0)$ ,  $(3; 3; 3; -3)$ .

11. Пусть  $A = \{1, 2, \{1, 3\}, 4\}$ . Истинными или ложными являются следующие высказывания?

1)  $2 \in A$ ,                      2)  $3 \in A$ ,

3)  $\{1, 3\} \in A$ ,                4)  $\{1, 2\} \in A$ ,

5)  $\{1, 3\} \subset A$ ,                6)  $\{1, 2\} \subset A$ ,

7)  $\{4\} \in A$ ,                    8)  $\{4\} \subset A$ .

12. Пусть  $B = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, 1, 3\}$ . Какие из следующих высказываний истинны, какие ложны?

1)  $1 \in B$ ,                        2)  $2 \in B$ ,

3)  $\{1, 2\} \in B$ ,                4)  $\{1, 3\} \in B$ ,

5)  $\{1, 2\} \subset B$ ,                6)  $\{1, 3\} \subset B$ ,

7)  $\{1, 2, 3\} \in B$ ,            8)  $\{1, 2, 3\} \subset B$ .

Сколько элементов во множестве  $B$ ?

13. Выпишите все подмножества множества  $T = \{1, 2, 3, 4\}$ . Среди них выберите четыре различных множества  $A, B, C, D$  так, чтобы  $A \subset B$ ,  $C \subset D$ ,  $D \subset B$ .

14. Какие из следующих высказываний истинны?

1)  $\{1, -1, 2\} \subset \{x \mid x^3 + x^2 - x - 1 = 0\}$ ,

2)  $\{x \mid x \geq 5\} \subset \{x \mid x > 3\}$ ,

3)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 7\} \subset \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 7\}$ ,

4)  $\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 7\} \subset \{x \mid x > 7\}$ ,

5)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x < 10\} \subset \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 11\}$ ,

6)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 7\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 8\}$ .

15. В классе 30 учеников. Каждый из них занимается либо футболом, либо хоккеем, причем в классе есть две полные хоккейные команды численностью по 11 игроков каждая и футбольная команда, в которой 13 игроков. Сколько в классе учеников, которые занимаются и хоккеем, и футболом?

16. Найдите множества  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ , если

1)  $A = \{3, 5, 6, 7, 9\}$ ,  $B = \{4, 6, 7, 8\}$ ,

2)  $A = \{3, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{2, 4, 8\}$ ,

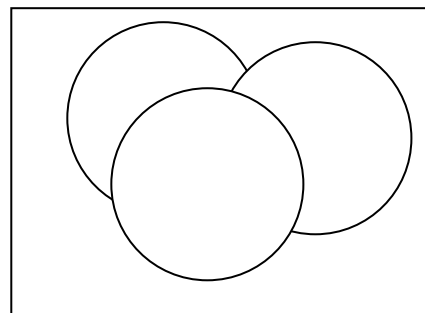
3)  $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ .

17. Пусть  $A=\{1, 2, 3\}$ ,  $B=\{3, 4\}$ ,  $C=\{1, 4\}$ ,  $D=\{1, 2\}$ . Перечислите элементы следующих множеств:

- 1)  $A \times B$ ,
- 2)  $(B \cup C) \times (B \cap C)$ ,
- 3)  $(A \times C) \setminus (D \times C)$ ,
- 4)  $(A \times B) \cap (B \times C)$ .

18. На диаграмме изображены множества  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Укажите на этой диаграмме следующие множества:

- 1)  $A \cup (B \cap C)$ ,
- 2)  $A \cap (B \cup C)$ ,
- 3)  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ ,
- 4)  $(A \cup B) \setminus (B \cap A)$ ,
- 5)  $((A \cup C) \cap B) \setminus C$ .



19. Пусть множество  $A$  состоит из  $n$  элементов, множество  $B$  состоит из  $p$  элементов, причем  $p > n$ . Какое наибольшее и наименьшее число элементов могут содержать множества  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ?

20. Докажите, что для всяких множеств  $A$ ,  $B$  и  $D$  имеют место следующие равенства:

- 1)  $A \setminus (B \cup D) = (A \setminus B) \cap (A \setminus D)$ ,
- 2)  $(A \setminus B) \cap D = (A \cap D) \setminus (B \cap D) = (A \cap D) \setminus B = (D \setminus B) \cap A$ ,
- 3)  $A \setminus B = (A \cup B) \setminus B$ ,
- 4)  $A \setminus B = A \cap C(B)$ ,
- 5)  $A \setminus C(B) = A \cap B$ ,
- 6)  $A = (A \setminus B) \cup (A \cap B)$ .

21. Какие из следующих "правил сопоставления" задают отображение множества  $X$  в множество  $Y$ ?

- 1)  $X$  – множество всех автобусов Сыктывкара,  $Y$  – множество номеров автобусных маршрутов Сыктывкара. Каждому автобусу ставим в соответствие номер маршрута, по которому он ездит.
- 2)  $X, Y$  – множества всех людей. Каждому человеку сопоставляется его мать.
- 3)  $X, Y$  – множества всех людей. Каждому человеку сопоставляем его брата.
- 4)  $X$  – множество книг в некоторой библиотеке,  $Y$  – множество натуральных чисел  $N$ . Каждой книге сопоставляем число ее страниц.

22. Вычислите пределы:

- 1)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}$ ;
- 2)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}$ ;
- 3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}$ ;
- 4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{7x}$

23. Первоначальный вклад, положенный в банк под 10% годовых составил 6 млн. руб. Найти размер вклада через 5 лет при начислении процентов: а) ежегодном; б) поквартальном; в) непрерывном.

24. Вычислите производную функции:

$$1) y = \sin^3 5x \cdot \cos^2 \frac{x}{3}; \quad 2) y = -\frac{11}{2(x-2)^2} - \frac{4}{x-2};$$

$$3) y = \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x}; \quad 4) y = (3\sqrt{x} + \frac{1}{7}x\sqrt[6]{x})(1+x).$$

25. Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{1-x^3}{(2-x)(1+3x^2)}$

26. Найти экстремумы и промежутки монотонности функции

$$y = x^3 \cdot e^{-1,5x^2}$$

27. Найти точки перегиба и промежутки выпуклости функции  $y = 5x^4 - 3x^5$ .

28. Исследовать функцию и построить ее график

$$1) y = \frac{x+4}{e^{x+4}}; \quad 2) y = \frac{x}{2} \cdot \ln(e + \frac{1}{x}).$$

29. Найти пределы по правилу Лопиталья:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{\sin^2 3x}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{x - \pi}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 - 2}{x^3 - 4x^2 + 5};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}; \quad 5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \arctg x}{e^{\frac{3}{x}} - 1}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^3}.$$

30. Объем продукции  $u$ , произведенный бригадой рабочих, может быть описан уравнением  $u = (-5/6)t^3 + (15/2)t^2 + 100t + 50$  (ед.),  $1 \leq t \leq 8$ , где  $t$  – рабочее время в часах. Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения через час после начала работы и за час до ее окончания.

31. Найти неопределенные интегралы:

$$1) \int (\sqrt{x^3} + \sin 2x + 5e^{-3x} - 5) dx; \quad 2) \int \operatorname{tg} x dx;$$

$$3) \int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx; \quad 4) \int x \sin 3x dx; \quad 5) \int \operatorname{arctg} 3x dx$$

32. Вычислите определенные интегралы:

$$1) \int_{-1}^2 x^3 dx; \quad 2) \int_{\frac{3}{4}}^2 \frac{1}{\sqrt{2+3x-2x^2}} dx;$$

$$3) \int_1^e \frac{1}{x(1+\ln^2 x)} dx; \quad 4) \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+1}} dx.$$

33. Вычислите несобственный интеграл:  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3-1}} \cdot \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$

34. Найти объем продукции, произведенной за 4 года, если функция Кобба-Дугласа имеет вид  $g(t) = (1+t)e^{3t}$ .

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y=4x-x^2$ ,  $y=0$ .

35. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y=x^2$ ,  $y=\frac{1}{3}x^3$ .

36. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями:  $xy=4$ ,  $y=0$ ,  $x=1$ ,  $x=4$ .

37. Найти частные производные первого и второго порядка, градиент и матрицу Гессе в точке  $M_0(x_0, y_0)$ :

$$\text{а) } z = x^3 + y^3 - 3xy, M_0(1, 2), \quad \text{б) } z = x^2y^3, M_0(-1, 2),$$

$$\text{в) } z = x^2y + y^2x, M_0(-2, 1), \quad \text{г) } z = x^2 + xy + y^3 - 4x - 2y, M_0(1, 1).$$

#### 8.4. Тематика курсовых работ

Изучение дисциплины не предполагает написание курсовой работы.

## 9. Критерии выставления оценок по результатам изучения дисциплины

Освоение обучающимся каждой учебной дисциплины в семестре, независимо от её общей трудоёмкости, оценивается по 100-балльной шкале, которая затем при промежуточном контроле в форме экзамена и дифференцированного зачёта переводится в традиционную 4-балльную оценку («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»), а при контроле в форме зачёта – в 2-балльную («зачтено» или «незачтено»). Данная 100-балльная шкала при необходимости соотносится с Европейской системой перевода и накопления кредитов (ECTS).

*Соотношение 2-, 4- и 100-балльной шкал оценивания освоения обучающимися учебной дисциплины со шкалой ECTS*

Оценка по 4-балльной шкале	Зачёт	Сумма баллов по дисциплине	Оценка ECTS	Градация
5 (отлично)	Зачтено	90 – 100	A	Отлично
4 (хорошо)		85 – 89	B	Очень хорошо
3 (удовлетворительно)		75 – 84	C	Хорошо
		70 – 74	D	Удовлетворительно
		65 – 69		
2 (неудовлетворительно)	Не зачтено	Ниже 60	E	Посредственно
			F	Неудовлетворительно

### *Критерии оценок ECTS*

5	A	« <b>Отлично</b> » – теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов, необходимые практические умения работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному
4	B	« <b>Очень хорошо</b> » – теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов, необходимые практические умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному, однако есть несколько незначительных ошибок
	C	« <b>Хорошо</b> » – теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов, некоторые практические умения работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками
3	D	« <b>Удовлетворительно</b> » – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки

	Е	« <b>Посредственно</b> » – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, некоторые практические умения работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены, либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному
2	Ф	« <b>Неудовлетворительно</b> » – теоретическое содержание дисциплины не освоено, необходимые практические умения работы не сформированы, все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом дисциплины не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий

Оценивание результатов обучения по дисциплине осуществляется в форме текущего и промежуточного контроля. Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, с целью активизации самостоятельной работы обучающихся. Объектом промежуточного контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

*Структура итоговой оценки обучающихся*

*Критерии и показатели оценивания результатов обучения*

№	Критерии оценивания	Показатели (оценка в баллах)
1	Работа на аудиторных занятиях	20
2	Посещаемость	5
3	Самостоятельная работа	15
4	<b>Текущая аттестация</b>	<b>20</b>
	<b>Итого</b>	<b>60</b>
5	<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>40</b>
	<b>Всего</b>	<b>100</b>

*Критерии и показатели оценивания результатов обучения в рамках аудиторных занятий*

№	Критерии оценивания	Показатели (оценка в баллах)
1	Подготовка и выступление с докладом	до 5 баллов
2	Активное участие в обсуждении доклада	до 5 баллов
3	Выполнение практического задания (анализ практических ситуаций, составление документов, сравнительных таблиц)	до 5 баллов
4	Другое	до 5 баллов
	<b>Всего</b>	<b>20</b>

*Критерии и показатели оценивания результатов обучения в рамках посещаемости обучающимся аудиторных занятий*

Критерии оценивания	Показатели (оценка в баллах)
---------------------	------------------------------

100% посещение аудиторных занятий	5
100% посещение аудиторных занятий. Небольшое количество пропусков по уважительной причине	4
До 30% пропущенных занятий	3
До 50% пропущенных занятий	2
До 70% пропущенных занятий	1
70% и более пропущенных занятий	0

*Критерии и показатели оценивания результатов обучения  
в рамках самостоятельной работы обучающихся*

Критерии оценивания	Показатель (оценка в баллах)
Раскрыты основные положения вопроса или задания через систему аргументов, подкреплённых фактами, примерами, обоснованы предлагаемые в самостоятельной работе решения, присутствуют полные с детальными пояснениями выкладки, оригинальные предложения, обладающие элементами практической значимости, самостоятельная работа качественно и чётко оформлена	15–12
В работе присутствуют отдельные неточности и замечания не принципиального характера	11–9
В работе имеются серьёзные ошибки и пробелы в знаниях	8–5
Задание не выполнено или выполнено с грубыми ошибками	0

*Критерии и показатели оценивания результатов обучения  
в рамках текущей аттестации*

Критерии оценивания	Показатели (оценка в баллах)
Задание полностью выполнено, правильно применены теоретические положения дисциплины. Отмечается чёткость и структурированность изложения, оригинальность мышления	20–17
Задание полностью выполнено, при подготовке применены теоретические положения дисциплины, потребовавшие уточнения или незначительного исправления	16–13
Задание выполнено, но теоретическая составляющая нуждается в доработке. На вопросы по заданию были даны нечёткие или частично ошибочные ответы	12–5
Задание не выполнено или при ответе сделаны грубые ошибки, демонстрирующие отсутствие теоретической базы знаний обучающегося	0

*Критерии и показатели оценивания результатов обучения  
в рамках промежуточного контроля*

Промежуточный контроль в форме *дифференцированного зачета* имеет целью проверку и оценку знаний обучающихся по теории и применению полученных знаний и умений.

*Критерии и показатели оценки результатов дифференцированного зачета в письменной*

*форме*

Критерии оценивания	Показатели (оценка в баллах)
продемонстрировано глубокое и прочное усвоение знаний материала; исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложен теоретический материал; правильно сформулированы определения; продемонстрировано умение делать выводы по излагаемому материалу; безошибочно решено практическое задание	40–35
продемонстрировано достаточно полное знание материала, основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно изложен материал; продемонстрировано умение делать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу; с некоторыми неточностями (незначительными арифметическими ошибками) решено практическое задание	34–25
продемонстрировано общее знание изучаемого материала, основной рекомендуемой программой дисциплины учебной литературы, умение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показано общее владение понятийным аппаратом дисциплины; предпринята попытка решить практическое задание	24–15
продемонстрировано незнание значительной части программного материала; невладение понятийным аппаратом дисциплины; сделаны существенные ошибки при изложении учебного материала; продемонстрировано неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса, делать выводы по излагаемому материалу, решить практическое задание	14–0